

海洋潮汐の推算

1. 天体位置の計算

海洋潮汐は、月と太陽の重力によって駆動されており、潮汐力による海面変動を計算するためには、まず、月と太陽の軌道に関するパラメタを求める必要がある。平均太陽は、天の赤道を一定の速度で動く仮想の太陽で、その時角は 24 時間で 360°、1 時間で 15° の割合で変化する。太陽の平均黄経 h 、太陽近地点の平均黄経 p_s 、月の平均黄経 s 、月近地点の平均黄経 p 、月昇交点の平均黄経 N は、次式で表現される。

$$h=280.466457^{\circ}+0.985647358^{\circ}d+0.0003032T^2 \quad (1)$$

$$p_s=282.937348^{\circ}+0.00004707624^{\circ}d+0.0004569^{\circ}T^2 \quad (2)$$

$$s=218.316646^{\circ}+13.17639647564^{\circ}d-0.0014664^{\circ}T^2 \quad (3)$$

$$p=83.353243^{\circ}+0.11140352394^{\circ}d-0.0103217^{\circ}T^2 \quad (4)$$

$$N=125.044555^{\circ}-0.05295376277^{\circ}d+0.0020756^{\circ}T^2 \quad (5)$$

ここで、2000 年 1 月 1.5 日のユリウス日は 2451545.0 である。観測時刻のユリウス日を JD とすると、 $T=(JD-2451545.0)/36525$, $d=JD-2451545.0$

となる。上式を使用すると、太陽の平均黄経等が高精度で計算できるが、潮汐計算では太陽の平均黄経等の天体位置情報を高精度で計算する必要はないので、次式を用いて概略値を計算してもよい。

$$h=279.974^{\circ}-0.23871^{\circ}(Y-2000)+0.985647(D+L) \quad (6)$$

$$p_s=282.937^{\circ}+0.01718^{\circ}(Y-2000)+0.000047^{\circ}(D+L) \quad (7)$$

$$s=211.728^{\circ}+129.38471^{\circ}(Y-2000)+13.176396^{\circ}(D+L) \quad (8)$$

$$p=83.298^{\circ}+40.66229^{\circ}(Y-2000)+0.111404^{\circ}(D+L) \quad (9)$$

$$N=125.071^{\circ}-19.32812^{\circ}(Y-2000)-0.052954^{\circ}(D+L) \quad (10)$$

ここで、 Y :西暦年、 D : Y 年における 1 月 1 日からの経過日数、 L : Y 年の年初と 2000 年年初の間の閏年の数($L=[(Y+3)/4]-500$)、 $[]$ は整数部を表し、2000 年以前は負の数として数える。例えば、1994 年は、 $L=[(1994+3)/4]-500=[499.25]-500=499-500=-1$ となる。

2. 潮位の計算

海面形状が潮汐力と平衡してバランスを保っている場合、海面形状と潮汐ポテンシャルは同じになる。この場合の潮汐を平衡潮汐と呼ぶ。しかし、実際の潮汐は海水の運動による慣性や地形の影響により、振幅の増減や位相のずれが生じる。つまり、実際の潮汐と平衡潮汐は異なっている。そこで、実際の潮汐 η は次式で表される。

$$\eta(t)=\sum f_i \cdot H_i \cdot \cos[(V_{0i}+u_i)+n \cdot L+\sigma_i \cdot t-K_i]+Z_0 \quad (i=1 \sim 60) \quad (11)$$

ここで、 H_i と K_i は潮汐観測値から求めた振幅と遅角で、潮汐定数(潮汐の調和定数)と呼ばれる。 Z_0 は、水深の基準面(最低水面)から平均水面までの距離(高さ)であり、主要 4 分潮(O_1 , K_1 , M_2 , S_2)の振幅の和である。 L は観測地点の経度、 n は第 1 表の時角の係数(α_1)、 σ_i は分潮の角速度、 V_{0i} は天体運動により決まる世界時 0 時における天文引数(位相)、 t は時刻(世界時)。一般に、60 組の潮汐定数(σ_i , H_i , K_i)を用いて(11)式により潮汐計算を行う。

3. f_i, u_i の計算

ある時刻における f_i, u_i は、 N の三角関数の級数として表されており、第 2 表に従って計算する。例えば、ある時刻の M_2 の f と u は次の様にして求める。まず、(10) 式により N を計算し、さらに、第 2 表の各三角関数の係数を用いて、次の様に計算する。

$$f(M_2)=1.0004-0.0373\cos(N)+0.0002\cos(2N)+0.0000\cos(3N) \quad (12)$$

$$u(M_2)=-2.14\sin(N)+0.00\sin(2N)+0.00\sin(3N)$$

ただし、 L_2 と M_1 については、 $f\cos(u)$ と $f\sin(u)$ をそれぞれ計算した後、次の様に計算する。

$$f=\{[f\cdot\cos(u)]^2+[f\cdot\sin(u)]^2\}^{0.5}, \quad u=\tan^{-1}\{[f\cdot\sin(u)]/[f\cdot\cos(u)]\} \quad (13)$$

N は、1 年に 19.3° しか変化せず、しかも、第 2 表の様に振幅の大きい M_2 潮等の係数は小さく、係数の大きい OO_1 潮等は振幅が小さいので、1 年以内の f_i, u_i の変化は便宜上無視して計算する。

f_i, u_i は、第 2 表に掲載されている分潮のみ値を計算し、掲載されていない分潮については、 $f_i=1, u_i=0$ とする。

4. 潮汐計算の手順

ある日の潮汐を計算するにはまず、世界時 0 時の s, h, p, N を求め、世界時 0 時における分潮の天文引数 V_{0i} を求める。世界時 0 時の場合は $T=0^\circ$ である。

$$V_{0i}=\alpha_1T+\alpha_2S+\alpha_3h+\alpha_4P+c=\alpha_2S+\alpha_3h+\alpha_4P+c \quad (T=0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, c: \text{第 1 表の係数}) \quad (14)$$

次に第 2 表から f_i と u_i を求める。 V_{0i}, f_i, u_i が求まると (11) 式により世界時 t に対する潮位 $\eta(t)$ を計算する。長期間の計算を行うときは、 f_i, u_i は計算期間の中央で算出する。この計算において、 f_i と u_i は期間中一定とした略算なので 1 年以上にわたる長期間の計算では、1 年以下の期間に分割して分割した期間毎に潮汐計算を行う。

5. 潮汐計算例

1994 年 4 月 1 日の名古屋の潮汐を計算する。まず、1994 年 4 月 1 日 0 時 UT の s, h, p, N を求め、 f_i と u_i を計算する。 $Y=1994, D=31+28+31=90, L=[(1994+3)/4]-500=-1$ を (6), (8), (9), (10) 式に代入して

$$h=279.974^\circ-0.23871^\circ(Y-2000)+0.985647(D+L)=9.129^\circ$$

$$s=211.728^\circ+129.38471^\circ(Y-2000)+13.176396^\circ(D+L)=248.119^\circ$$

$$p=83.298^\circ+40.66229^\circ(Y-2000)+0.111404^\circ(D+L)=209.239^\circ$$

$$N=125.071^\circ-19.32812^\circ(Y-2000)-0.052954^\circ(D+L)=236.327^\circ$$

s, h, p, N を用いて、 V_{0i}, f_i, u_i を求める。例えば M_2 潮の V_{0i}, f_i, u_i は次の様になる。第 1 表から M_2 潮の場合、 $\alpha_1=2, \alpha_2=-2, \alpha_3=2, \alpha_4=0, c=0, T=0$ だから、

$$V_{0M_2}=\alpha_1T+\alpha_2S+\alpha_3h+\alpha_4P+c=2\times 0-2\times 248.119+2\times 9.129+0\times 209.239+0=242.020 \quad (15)$$

(ここで、 360° を加減して $0^\circ \leq V_{0i} < 360^\circ$ になるように調整する。)

第 2 表から M_2 潮の場合、

$$f_{M_2}=1.0004-0.0373\cos(N)+0.0002\cos(2N)+0.0000\cos(3N)=1.021 \quad (16)$$

$$u_{M_2}=-2.14\sin(N)-0.00\sin(2N)+0.00\sin(3N)=1.781 \quad (17)$$

名古屋港の経度は $L=136^\circ 53'$ $E=136.88^\circ$ 、 M_2 潮の潮汐定数は $H_{M_2}=65.4\text{cm}$ 、 $K_{M_2}=179.2^\circ$ 、 $\sigma_{M_2}=28.9841042^\circ$ だから、 $Z_0=0, n=\alpha_1=2$ とすると M_2 潮による世界時 t における潮位 $\eta_{M_2}(t)$ は次の様になる。

$$\eta_{M_2}(t) = f_{M_2} \cdot H_{M_2} \cdot \cos[(V_{0M_2} + u_{M_2}) + \alpha_1 \cdot L + \sigma_{M_2} \cdot t - K_{M_2}] = 1.021 \times 65.4 \cos[(242.020 + 1.781) + 2 \times 136.88 + 28.9841042t - 179.2] = 66.7734 \cos(28.9841042t + 338.361) = 66.7734 \cos(28.9841042t + 338.361) \quad (18)$$

ここで、時刻 t を日本標準時で与える場合は、世界時との時差が 9 時間あるので、

$$\eta_{M_2}(t) = f_{M_2} \cdot H_{M_2} \cdot \cos[(V_{0M_2} + u_{M_2}) + \alpha_1 \cdot L + \sigma_{M_2} \cdot t - K_{M_2} - 9 \sigma_{M_2}] = 66.7734 \cos(28.9841042t + 77.504) \quad (19)$$

となる。 M_2 潮以外の分潮についても同様にして $\eta_i(t)$ を計算し、60 分潮の $\eta_i(t)$ の和を求めることにより、時刻 t における潮位 $\eta(t)$ を計算することが出来る。

問題

(1) 2022 年 1 月 15 日 23 時 55 分 (JST)、富山における M_2 潮の潮位(最低水面からの水位)を求めよ。

M_2 潮: 速度($^{\circ}$ /時)=28.9841042, 振幅=5.78cm, 遅角=82.37 $^{\circ}$, 経度(富山)=137 $^{\circ}$ 13' 29"E,

O_1 潮: 振幅=5.23cm, K_1 潮: 振幅=5.28cm, S_2 潮: 振幅=2.11cm, Z_0 : 主要 4 分潮(O_1, K_1, M_2, S_2)の振幅の和
<解答>

$H = 294.43506$, $P_s = 283.31633$, $S = 81.71917$, $P = 260.09541$, $N = -301.20664$

M_2 (主太陰半日周潮) $cf = 0.981$, $cu = -1.83^{\circ}$, $cv = 65.432^{\circ}$

$Z_0 = 18.4[\text{cm}] = 18[\text{cm}]$, M_2 潮による平均水面からの水位: $4.81[\text{cm}] = 5[\text{cm}]$

富山における潮位=21.22cm=21cm (潮汐表の潮位は 24cm)

(2) 2022 年 12 月 10 日 17 時 41 分 (JST)、富山における M_2 潮の潮位と潮位(最低水面からの水位)を求めよ。

<解答>

$H = 258.71305$, $P_s = 283.33182$, $S = 96.75357$, $P = 296.74713$, $N = -318.62842$

M_2 (主太陰半日周潮) $cf = 0.972$, $cu = -1.414^{\circ}$, $cv = 323.919^{\circ}$

$Z_0 = 18.4[\text{cm}] = 18[\text{cm}]$, M_2 潮による平均水面からの水位: $3.89[\text{cm}] = 4[\text{cm}]$

富山における潮位=24.93cm=25cm (潮汐表の潮位は 28cm)

注意: 気象庁の潮汐定数を使用して富山の潮位を計算すると、潮汐表(海上保安庁海洋情報部刊行)の潮位より数 cm 低くなる。これは、海上保安庁と気象庁の潮汐定位数が異なっており、富山の Z_0 が海上保安庁(22cm)と気象庁(18.4cm)で 3.6cm 異なっているためである。

第1表

記号	$V_i(a_1, a_2, a_3, a_4)$					Nの補正		相対振幅	備考
	T	s	h	p	c.	f_i	u_i	W_i	
1 S_a	0	0	1	0	0	1	0	0.012	**太陽年周潮
2 S_{sa}	0	0	2	0	0	1	0	0.073	**太陽半年周潮
3 M_m	0	1	0	-1	0	fM_m	uM_m	0.083	太陰月周潮
4 MS_f	0	2	-2	0	0	fM_2	$-uM_2$	0.014	S_2-M_2
5 M_f	0	2	0	0	0	fM_f	uM_f	0.156	太陰半月周潮
6 $2Q_1$	1	-4	1	2	270	fO_1	uO_1	0.010	
7 σ_1	1	-4	3	0	270	fO_1	uO_1	0.012	
8 Q_1	1	-3	1	1	270	fO_1	uO_1	0.072	主太陰楕率潮
9 ρ_1	1	-3	3	-1	270	fO_1	uO_1	0.014	
10 O_1	1	-2	1	0	270	fO_1	uO_1	0.377	主太陰日周潮
11 MP_1	1	-2	3	0	90	fM_2	uM_2	*	M_2-P_1
12 M_1	1	-1	1	0	90	fM_1	uM_1	0.040	副太陰楕率潮
13 χ_1	1	-1	3	-1	90	fJ_1	uJ_1	0.006	
14 π_1	1	0	-2	0	193	1	0	0.010	主太陰楕率潮
15 P_1	1	0	-1	0	270	1	0	0.176	主太陰日周潮
16 S_1	1	0	0	0	180	1	0	0.004	**
17 K_1	1	0	1	0	90	fK_1	uK_1	0.531	日月合成日周潮
18 ψ_1	1	0	2	0	167	1	0	0.004	副太陰楕率潮
19 ϕ_1	1	0	3	0	90	1	0	0.008	2次太陰日周潮
20 θ_1	1	1	-1	1	90	fJ_1	uJ_1	0.006	
21 J_1	1	1	1	-1	90	fJ_1	uJ_1	0.030	小太陰楕率潮
22 SO_1	1	2	-1	0	90	fO_1	$-uO_1$	0.005	
23 OO_1	1	2	1	0	90	fOO_1	uOO_1	0.016	2次太陰日周潮
24 OQ_2	2	-5	2	1	180	$(fO_1)^2$	uO_1*2	*	
25 MNS_2	2	-5	4	1	0	$(fM_2)^2$	uM_2*2	*	
26 $2N_2$	2	-4	2	2	0	fM_2	uM_2	0.023	2次太陰楕率潮
27 μ_2	2	-4	4	0	0	fM_2	uM_2	0.028	太陽二均差潮
28 N_2	2	-3	2	1	0	fM_2	uM_2	0.174	主太陰楕率潮
29 ν_2	2	-3	4	-1	0	fM_2	uM_2	0.033	主太陰出差潮
30 OP_2	2	-2	0	0	180	fO_1	uO_1	*	
31 M_2	2	-2	2	0	0	fM_2	uM_2	0.908	主太陰半日周潮
32 MKS_2	2	-2	4	0	0	fM_2*fK_2	uM_2+uK_2	*	
33 λ_2	2	-1	0	1	180	fM_2	uM_2	0.007	副太陰出差潮
34 L_2	2	-1	2	-1	180	fL_1	uL_2	0.026	副太陰楕率潮
35 T_2	2	0	-1	0	283	1	0	0.025	主太陰楕率潮
36 S_2	2	0	0	0	0	1	0	0.423	主太陰半日周潮
37 R_2	2	0	1	0	257	1	0	0.004	副太陰楕率潮
38 K_2	2	0	2	0	0	fK_2	uK_2	0.115	日月合成半日潮

39	MSN ₂	2	1	0	-1	0	$(fM_2)^2$	uM_2*2	*
40	KJ ₂	2	1	2	-1	180	fK_1*fJ_1	uK_1+uJ_1	*
41	2SM ₂	2	2	-2	0	0	fM_2	$-uM_2$	*
42	MO ₃	3	-4	3	0	270	fM_2*fO_1	uM_2+uO_1	*
43	M ₃	3	-3	3	0	180	$(fM_2)^{3/2}$	$uM_2*1.5$	*
44	SO ₃	3	-2	1	0	270	fO_1	uO_1	*
45	MK ₃	3	-2	3	0	90	fM_2*fK_1	uM_2+uK_1	*
46	SK ₃	3	0	1	0	90	fK_1	uK_1	*
47	MN ₄	4	-5	4	1	0	$(fM_2)^2$	uM_2*2	*
48	M ₄	4	-4	4	0	0	$(fM_2)^2$	uM_2*2	*
49	SN ₄	4	-3	2	1	0	fM_2	uM_2	*
50	MS ₄	4	-2	2	0	0	fM_2	uM_2	*
51	MK ₄	4	-2	4	0	0	fM_2*fK_2	uM_2+uK_2	*
52	S ₄	4	0	0	0	0	1	0	*
53	SK ₄	4	0	2	0	0	fK_2	uK_2	*
54	2MN ₆	6	-7	6	1	0	$(fM_2)^3$	uM_2*3	*
55	M ₆	6	-6	6	0	0	$(fM_2)^3$	uM_2*3	*
56	MSN ₆	6	-5	4	1	0	$(fM_2)^2$	uM_2*2	*
57	2MS ₆	6	-4	4	0	0	$(fM_2)^2$	uM_2*2	*
58	2MK ₆	6	-4	6	0	0	$(fM_2)^2*fK_2$	uM_2*2+uK_2	*
59	2SM ₆	6	-2	2	0	0	fM_2	uM_2	*
60	MSK ₆	6	-2	4	0	0	fM_2*fK_2	uM_2+uK_2	*

第2表

	f _i の係数				u _i の係数		
	1.	cosN	cos2N	cos3N	sinN	sin2N	sin3N
Mm	1.0000	-0.1300	0.0013	0.0000	0.00	0.00	0.00
Mf	1.0429	0.4135	-0.0040	0.0000	-23.74	2.68	-0.38
O ₁	1.0089	0.1871	-0.0147	0.0014	10.8	-1.34	0.19
K ₁	1.0060	0.1150	-0.0088	0.0006	-8.86	0.68	-0.07
J ₁	1.0129	0.1676	-0.0170	0.0016	-12.94	1.34	-0.19
OO ₁	1.1027	0.6504	0.0317	-0.0014	-36.68	4.02	-0.57
M ₂	1.0004	-0.0373	0.0002	0.0000	-2.14	0.00	0.00
K ₂	1.0241	0.2863	0.0083	-0.0015	-17.74	0.68	-0.04
L ₂	$f \cos u = 1 - 0.2505 \cos 2p - 0.1102 \cos (2p - N)$				$-0.0156 \cos (2p - 2N) - 0.0370 \cos N$		
	$f \sin u = -0.2505 \sin 2p - 0.1102 \sin (2p - N)$				$-0.0156 \sin (2p - 2N) - 0.0370 \sin N$		
M ₁	$f \cos u = 2 \cos p + 0.4 \cos (p - N)$						
	$f \sin u = \sin p + 0.2 \sin (p - N)$						

富山(経度:137 度 13 分 29 秒)の 2021 年潮汐定数 < 60 分潮一覧表 >

遅角の基準子午線：東経 137 度 13 分 29 秒

(<https://www.data.jma.go.jp/gmd/kaiyou/db/tide/suisan/station.php>)

記号 (日本語名称)	速度 (度/時)	振幅 (cm)	遅角 (°)
S_a (太陽年周潮)	0.0410686	16.68	165.35
S_{sa} (太陽半年周潮)	0.0821373	1.41	211.69
M_m (太陰月周潮)	0.5443747	0.47	68.16
MS_f (日月合成半月周潮)	1.0158958	0.46	27.73
M_f (太陰半月周潮)	1.0980331	1.11	186.87
$2Q_1$ (二次太陰橇率潮)	12.8542862	0.19	286.65
σ_1	12.9271398	0.11	272.24
Q_1 (主太陰橇率潮)	13.3986609	1.16	303.27
ρ_1 (主太陰出差潮)	13.4715145	0.22	305.53
O_1 (主太陰日周潮)	13.9430356	5.23	320.14
MP_1	14.0251729	0.01	204.90
M_1 (副太陰橇率潮)	14.4920521	0.22	336.13
χ_1	14.5695476	0.05	12.84
π_1 (主太陽橇率潮)	14.9178647	0.14	280.81
P_1 (主太陽日周潮)	14.9589314	1.68	340.91
S_1 (気象日周潮)	15.0000000	0.34	58.31
K_1 (日月合成日周潮)	15.0410686	5.28	346.91
ψ_1 (副太陽橇率潮)	15.0821353	0.33	77.59
ϕ_1 (二次太陽日周潮)	15.1232059	0.09	318.00
θ_1	15.5125897	0.08	334.87
J_1 (小太陰橇率潮)	15.5854433	0.18	4.22
SO_1	16.0569644	0.12	168.88
OO_1 (二次太陰日周潮)	16.1391017	0.20	28.21
OQ_2	27.3416964	0.04	185.31
MNS_2	27.4238337	0.08	0.21
$2N_2$ (二次太陰橇率潮)	27.8953548	0.23	38.00
μ_2 (太陰二均差潮)	27.9682084	0.43	34.81
N_2 (主太陰橇率潮)	28.4397295	1.48	69.77
ν_2 (主太陰出差潮)	28.5125831	0.22	73.93
OP_2	28.9019669	0.05	330.39

M ₂ (主太陰半日周潮)	28.9841042	5.78	82.37
MKS ₂	29.0662415	0.03	104.56
λ ₂ (副太陰出差潮)	29.4556253	0.03	16.10
L ₂ (副太陰構率潮)	29.5284789	0.10	42.11
T ₂ (主太陽構率潮)	29.9589333	0.18	110.29
S ₂ (主太陽半日周潮)	30.0000000	2.11	108.95
R ₂ (副太陽構率潮)	30.0410667	0.12	28.14
K ₂ (日月合成半日周潮)	30.0821373	0.61	99.01
MSN ₂	30.5443747	0.02	202.88
KJ ₂	30.6265120	0.04	276.90
2SM ₂	31.0158958	0.04	229.34
MO ₃	42.9271398	0.05	260.79
M ₃	43.4761563	0.03	177.51
SO ₃	43.9430356	0.04	267.08
MK ₃	44.0251729	0.06	271.21
SK ₃	45.0410686	0.04	313.16
MN ₄	57.4238337	0.09	73.62
M ₄ (太陰1/4日周潮)	57.9682084	0.20	97.18
SN ₄	58.4397295	0.03	94.56
MS ₄	58.9841042	0.09	126.60
MK ₄	59.0662415	0.03	93.66
S ₄ (太陽1/4日周潮)	60.0000000	0.00	27.35
SK ₄	60.0821373	0.01	141.29
2MN ₆	86.4079380	0.03	2.22
M ₆ (太陰1/6日周潮)	86.9523127	0.06	14.93
MSN ₆	87.4238337	0.03	60.53
2MS ₆	87.9682084	0.10	78.51
2MK ₆	88.0503457	0.04	63.72
2SM ₆	88.9841042	0.04	142.29
MSK ₆	89.0662415	0.02	122.56